MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. a) Define menor complementario e adxunto dun elemento nunha matriz cadrada.

b) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

i. Calcula o rango, segundo os valores de λ, de $A - \lambda I$, sendo I a matriz unidade de orde 3.

ii. Calcula a matriz X que verifica $XA - 2A = 3X$.

2. Dada a recta $r: \begin{cases} 3x - y - z = 0 \\ 2x + y - 4z = 0 \end{cases}$

a) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é paralelo a r e pasa polos puntos $A(0,1,2)$ e $B(5,3,1)$

b) Calcula o punto de corte de r co plano perpendicular á devandita recta e que pasa por $B(5,3,1)$

c) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é paralelo ao plano $\pi: 2x - 3y + 4z - 5 = 0$ e dista $\sqrt{29}$ unidades da recta r.

3. a) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & se\ x \leq 1 \\ \frac{2lnx+2}{x^2} & se\ x > 1 \end{cases}$ sexa derivable en $x = 1$. (Nota: ln = logaritmo neperiano)

b) Para os valores $a = -4$ e $b = 6$, determina os intervalos de crecemento e decrecemento de $f(x)$.

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada polas gráficas da parábola $f(x) = 4x - x^2$ e as rectas tanxentes á gráfica de $f(x)$ nos puntos correspondentes a $x = 0$ e $x = 2$ (Nota: para o debuxo da gráfica da parábola, indicar os puntos de corte cos eixes de coordenadas, o seu vértice e concavidade ou convexidade).

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores de m, o sistema de ecuacións:

$$\begin{aligned} x + y + z &= m \\ x - y &= 0 \\ 3x + y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema cando $m = 0$.

2. Dadas as rectas $r: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$; $s: \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa de r e s. Calcula a distancia de r a s.

b) Se dous dos lados dun rectángulo están sobre as rectas r e s e dous vértices consecutivos do rectángulo son os puntos $A(0,1,1)$ e $B(0,4,4)$, calcula as coordenadas dos otros dous vértices e a área do rectángulo.

3. a) Define derivada dunha función nun punto. Interpretación xeométrica

b) Dada a función $f(x) = 2e^{-x}(x + 1)$, calcula: intervalos de crecemento e decrecemento e máximos e mínimos relativos de $f(x)$.

4. a) a) Calcula: $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2 - \frac{x}{4}}{x^2}$

b) Calcula unha primitiva da función $f(x) = xsenx$ que pase polo punto $(\pi, 0)$